EXPERIMENTELLE UNTERSUCHUNG

UEBER

TORSIONS-ELASTICITÄT

NEBST BEOBACHTUNGEN

UEBER AUSDEHNUNGS-ELASTICITÄT, FESTIGKEIT UND SPECIFISCHES GEWICHT DÜNNER DRÄHTE.

INAUGURAL-DISSERTATION

DER

HOHEN PHILOSOPHISCHEN FACULTÄT

DER

UNIVERSITÄT WÜRZBURG

ZUR

ERLANGUNG DER DOCTORWÜRDE

VORGELEGT VON

MAX BAUMEISTER

AUS EGGLHAM.

NEBST EINER FIGURENTAFEL.

LEIPZIG,

DRUCK VON METZGER & WITTIG.

1883.

DEM ANDENKEN

MEINES THEUREN VATERS

GEWIDMET.

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41549819_0243

Den Hauptgegenstand vorliegender Untersuchungen, die ich auf Veranlassung von Hrn. Prof. Kohlrausch im Winter- und Sommersemester 1880/81 und theilweise im Sommersemester 1882 im physikalischen Institute der Universität Würzburg angestellt habe, bilden die Versuche über Torsionselasticität. Coulomb's gerade vor 100 Jahren angestellte Originalversuche und die Theorie mit modernen Beobachtungsmitteln zu prüfen, mag wohl der Mühe werth sein.

Den ersten Ausgangspunkt ergab die Frage, ob die Coulomb'schen Torsionsgesetze für sehr feine Drähte ihre Gültigkeit verlieren. In einer früheren Arbeit von F. Kohlrausch und F. E. Loomis[1]) über den Temperatureinfluss auf dünne Drähte, findet sich im Anhange der Torsionsmodul und der Ausdehnungsmodul dieser Drähte zusammengestellt, und es ergibt sich eine Verhältnisszahl dieser Grössen, welche von den Resultaten anderer Forscher etwas abweicht. Es entstand die Frage, ob diese Abweichung mit den Dimensionen des Drahtes zusammenhängen konnte, ob auf sehr feine Drähte die gebräuchliche Elasticitätstheorie noch anwendbar ist. Ich suchte diese Frage auf experimentellem Wege zu entscheiden, indem ich mit Serien von feinen und dickeren Drähten desselben Materials und desselben Zuges Bestimmungen ihrer Torsionselasticität vornahm.

Neben dieser Arbeit führte ich Bestimmungen des Elasticitätsmoduls für einige der Drähte durch Längenausdehnungen am Kathetometer aus, deren Resultate ich wiedergebe, wie die für das logarithmische Decrement bei den Torsions-

1) F. Kohlrausch u. F. E. Loomis, Pogg. Ann. **141.** p. 481. 1871.

schwingungen und die Tragfähigkeit von Drähten. Nachträglich habe ich das specifische Gewicht von Drähten eingehend untersucht, erstens, weil ich bessere Querschnitte gewinnen wollte, dann, um zu sehen, ob nicht eine solche Untersuchung Aufklärung über den Verlauf der Curven des Torsionsmoduls schaffen würde, und drittens, weil über diesen Gegenstand für feine Drähte wenig vorliegen dürfte.

Coulomb's Beobachtungen.

Coulomb sucht in seiner Arbeit: Recherches théoriques et expérimentales sur la force de torsion, et sur l'élasticité des fils de métal: Application de cette théorie à l'emploi des métaux dans les arts et dans différentes expériences de physique: Construction de différentes balances de torsion pour mesurer les plus petits degrés de force. Observations sur les loix de l'élasticité et de la cohérence[1]) einmal die Elasticitätskraft der Torsion von Eisen- und Messingdrähten in ihrer Abhängigkeit von Länge, Querschnitt und Spannung, dann die Unvollkommenheit der elastischen Rückwirkung der Metalldrähte auszuwerthen. Er leitet zuerst die Formel der oscillatorischen Bewegung ab unter der Voraussetzung, dass die Rückwirkung der Torsionskraft eines Drahtes gegen Verdrehen seiner Querschnitte proportional ist dem Torsionswinkel, welche Voraussetzung bekanntlich für nicht zu grosse Amplituden der Erfahrung entspricht. Die Dauer einer ganzen Oscillation ist darnach: $t = \pi\sqrt{K/n}$, wo K das Trägheitsmoment des schwingenden Gewichtes und n die Directionskraft des Drahtes bedeutet.

Die gebrauchten Drähte waren je drei Claviereisendrähte und Messingdrähte, wie sie im Handel, auf Spulen aufgewickelt, vorkommen. Da es sich nur um die Verhältnisszahlen der Massen handelte, sind die specifischen Gewichte der Drähte nicht angegeben, sondern für jeden Draht das Gewicht einer Toise = 6 Pariser Fuss in grains, ausserdem die zum Zerreissen der Drähte nöthigen Gewichte. Daraus, dass die grains ohne Decimalen gegeben sind, würde bei einer

1) Coulomb, Hist. de l'Acad. Royale des Scienc. 1784, p. 229.

Berechnung des Torsionsmoduls nach den gewohnten Formeln schon eine Unsicherheit von etwa 15 % für den feinsten Eisendraht folgen.

Aus dem Ergebnisse sämmtlicher Beobachtungen folgert Coulomb, dass die Torsionskraft eines Drahtes unabhängig ist von der Spannung; dass sie der vierten Potenz des Durchmessers direct und der Länge des Drahtes umgekehrt proportional ist, das Moment der Torsionskraft sich also $= \mu BD^4/l$ ergibt; hier bedeutet B den Torsionswinkel, D den Durchmesser und l die Länge des Drahtes, μ einen constanten, von der Natur des Metalles abhängigen Coëfficienten.

Die Abweichungen der einzelnen Versuche von diesem Gesetze sind aber nicht unerheblich. Die Werthe der Schwingungsdauern, von Coulomb aus der während zwanzig Oscillationen verflossenen Zeit bestimmt, weichen meistens von den theoretischen um 0,1 sec ab. Der Exponent des Verhältnisses der Schwingungsdauer zweier Drähte desselben Materials, derselben Länge und der gleichen Belastung ferner, welcher $= -2$ sein soll, geht bis zu $-1{,}82$ herunter, was im Torsionsmodul Fehler von 6—7 % bedeutet. Dazu kommt, dass, wie erwähnt, die Gewichtsangaben in grains ohne Decimalen gemacht sind; von einer experimentellen Prüfung des Gesetzes innerhalb der Beobachtungsfehlergrenzen kann man also nicht sprechen, und es ist wohl gerechtfertigt, diese Prüfung auf dem oben angedeuteten Wege zu unternehmen.

Ehe ich zu den weiteren Angaben über meine Beobachtungen übergehe, fühle ich mich gedrungen, Hrn. Prof. Dr. F. Kohlrausch, der mir Material und Raum im physikalischen Institute zu Würzburg zu meinen Versuchen zur Verfügung stellte und mich jederzeit gütigst mit Rath und That unterstützte, hier meinen aufrichtigen Dank auszusprechen.

Torsionsversuche.

Der Ausdruck für den Torsionsmodul T, welcher meinen Berechnungen der numerischen Werthe zu Grunde liegt, lautet:

$$T = \frac{2\pi}{g}\frac{Kl}{t^2 r^4}\frac{\text{kg-Gewicht}}{\text{qmm}} \quad \text{im technischen,}$$

$$T = 2\pi \frac{Kl}{t^2 r^4} \text{ kg mm}^{-1} \text{ sec}^{-2} \text{ im absoluten Maasssysteme.}$$

Ueber die Definition des Torsionsmoduls, wie über seine Beziehung zum Elasticitätsmodul E der Ausdehnung kann man sich in dem bekannten Werke von Clebsch[1]) orientiren.

In diesen Formeln bedeuten:

l die Länge des Drahtes, dessen Torsionsmodul man berechnen will,

r seinen Halbmesser (l und r in Millimetern),

K das Trägheitsmoment kg mm^2 des schwingenden Gewichtes,

t die Schwingungsdauer in Secunden,

g die Fallbeschleunigung = 9810 mm sec^{-2}.

1. Schwingungsbeobachtungen.

Für die Schwingungsversuche diente folgende Vorrichtung (siehe Fig. 1 in $\frac{1}{4}$ natürlicher Grösse).

In einer Zimmerecke wurden in ungefähr 1,9 m Abstand übereinander zwei feste Wandbretter auf Leisten angebracht. In jedes Brett konnte, in etwa 0,05 m Entfernung von der Mitte seiner Hypothenuse ein Holzzapfen eingesetzt werden, der mittelst eines in horizontalen Durchbohrungen des Zapfenkopfes anzubringenden Stiftes drehbar war. Unten trug der Zapfen durch eine Messingverschraubung ein starkes Ypsilonlager und dieses selbst eine ebenfalls starke Klemme von Metallplatten. Der zu untersuchende Draht wurde an seinem oberen Ende von dieser Klemme festgehalten, das untere wurde in ein zweites Backenstück geklemmt, das mittelst eines Ypsilonlagers und eines central in letzteres eingeschraubten Messingstiftes den Spiegel für die Beobachtung mit Fernrohr und Scala und die schwingenden Gewichte trug. Die untere Klemm- und Suspensionsvorrichtung ist einfach die Umkehrung der oberen. Das untere Backenstück und untere Ypsilonlager waren in je zwei Stücken für dicke und feine Drähte vorhanden. Der Spiegel wurde durch ein Gegengewicht, den Messingknopf der Schraube, mit wel-

1) Clebsch, Theorie d. Elasticit. fester Körp. Leipz. 1862. p. 10. u. 420.

cher er am Messingstifte festgestellt wurde, äquilibrirt. An den Messingstift, den Träger des Spiegels und der Gewichte, war unten eine kreisförmige, rauhe Messingplatte, welche alle übrigen Gewichte zu tragen hatte, aufgeschraubt.

Ein Kasten mit Glasverschluss diente als Schutz gegen Luftzug.

Zur Veranschaulichung der Methode, nach der ich beobachtete, gebe ich einen Beobachtungssatz, den der Zeit nach letzten mit dem Messingdrahte „hart $d = 0{,}384$ mm“ wieder.

Vor und nach der Schwingungsdauerbeobachtung wurde die Amplitude bestimmt. Die Schwingungsdauer wurde aus drei Beobachtungssätzen von je elf Durchgangszeiten im wesentlichen nach dem Gauss'schen Verfahren ermittelt. Die aus den drei Sätzen berechneten t stimmen in den allermeisten Fällen bis auf einige Tausendtel Secunde überein.

Der Beobachtungssatz ist folgender:

Messingdraht „hart $d = 0{,}384$ mm“.

Belastung: Grosse Suspension + sämmtliche Messingcylinder.

I. Satz. Umkehrpunkte.

$3^h\ 40^{min}\ 3^{sec}$	447,4	447,6	447,8	448,2	448,6	448,8	449,0
	553,3	553,2	553,0	552,7	552,6	552,3	

Durchgangszeiten.

I		Diff.	II		Diff.	III	
$3^h\ 42^{min}\ 50{,}60^{sec}$	53,60	176,12^{sec}	$45^{min}\ 46{,}70^{sec}$	49,72	293,68^{sec}	$50^{min}\ 40{,}30^{sec}$	43,40
56,60	59,45	17	52,75	55,62	68	46,50	49,30
43 2,30	5,35	15	58,50	1,50	60	52,10	55,10
8,40	11,25	12	46 4,50	7,37	58	58,10	0,95
14,10	17,07	18	10,25	13,25	65	51 3,80	6,90
20,05	22,92	20	16,25	19,12	65	10,00	12,77
25,80	28,80	20	22,00	25,00	57	15,55	18,57
31,80	34,65	20	28,00	30,85	60	21,60	24,45
37,50	40,52	23	33,70	36,75	65	27,30	30,40
43,55	46,40	30	39,80	42,70	55	33,50	36,25
49,25			45,60			39,00	
$t_1 = 5{,}863$		$\tau = 176{,}187^{sec}$	$t_2 = 5{,}878$		$\tau = 293{,}621^{sec}$	$t_3 = 5{,}872$	
		$n = 30$			$n = 50$		
		$t_{1,2} = 5{,}8729^{sec}$			$t_{2,3} = 5{,}8724^{sec}$		

II. Satz. Umkehrpunkte.

$3^h\ 52^{min}\ 46^{sec}$	462,9	463,2	463,3	463,5	463,7	463,8	464,1
	543,7	543,5	543,3	543,2	543,1	542,9	

2. Belastungen und deren Trägheitsmomente.

Zu schwingenden Gewichten wurden verwendet einmal drei Cylinder aus Zink (spec. Gewicht ungefähr 7,04), A, B und C, jeder 100 mm im Durchmesser und 18 mm hoch, und fünf Messingcylinder α bis ε von 50 mm Durchmesser und 3,5 mm Höhe.

Eine eben solche Messingplatte war an einem Messingstifte befestigt und diente als Schlussstück und Träger der anderen Gewichte. Die letzteren waren zu diesem Zwecke durchbohrt.

Die Trägheitsmomente K ergeben sich nach der Formel $K = M(r^2 + r_0^2)/2$; M bedeutet die Masse, r den äusseren und r_0 den inneren Halbmesser. Die Dimensionen wurden am Comparator gemessen.

Tab. I. Trägheitsmomente.

	M	r	r_0	K
Zinkcylinder A .	0,9427 kg	50,06 mm	1,83 mm	1182,9 kg mm²
„ B .	0,9499 „	50,07 „	1,76 „	1192,3 „
„ C .	0,9620 „	50,12 „	1,76 „	1210,0 „
Messingcylinder α .	0,05821 „	25,02 „	1,78 „	18,31 „
„ β .	0,05764 „	25,03 „	1,79 „	18,15 „
„ γ .	0,05761 „	25,02 „	1,83 „	18,13 „
„ δ .	0,05780 „	25,04 „	1,75 „	18,21 „
„ ε .	0,05796 „	25,03 „	1,80 „	18,25 „
Schlusscylinder .	0,05807 „	24,94 „	1,27 „	18,11 „

Das Trägheitsmoment der einzelnen Suspensionstheile wurde auf empirischem Wege mit einem kleinen Magnete vom Trägheitsmomente 0,94 kg mm², der an einem langen $^1/_{20}$ mm dicken Messingdraht aufgehangen war, gefunden wie folgt:

1) Messingstift + kleines Y-Lager + kleines Backenstück, Trägheitsmoment = 0,25 kg mm².

2) Messingstift + grosses Y-Lager + grosses Backenstück, Trägheitsmoment = 1,41 kg mm².

3) Spiegel, Trägheitsmoment = 0,55 kg mm².

Unter K werde ich künftig verstehen das Trägheitsmoment der grösseren Suspensionstheile: grosses Backenstück + grosses Y-Lager + Messingstift + Spiegel + Schlussmessingcylinder, sodass K ist:

$$K = 20{,}07 \text{ kg mm}^2,$$

und unter $\varkappa$ das der kleinen Theile: kleines Backenstück + kleines Y-Lager + Messingstift + Spiegel + Schlussmessingcylinder: $\varkappa = 18{,}91 \text{ kg mm}^2$.

Um die aus Wägungen und Dimensionsbestimmungen berechneten Werthe für die Trägheitsmomente der schwingenden Gewichte auf empirischem Wege zu bestimmen und zu controliren, wurden bereits bekannte Trägheitsmomente mit den zu bestimmenden in zwei Anordnungen combinirt, ohne die Directionskraft des Drahtes zu ändern, und die den Anordnungen zukommenden Schwingungsdauern beobachtet.

Ich nahm ein prismatisches Stäbchen aus Birnbaumholz, das gegen Verbiegungen sich sehr widerstandsfähig erwies, 200,0 mm lang, 4,7 breit, 0,003 063 kg schwer, Trägheitsmoment = 10 . 216 kg mm², und zwei gleiche Messingcylinderchen von 6,4 mm Durchmesser und zusammen 0,010 877 kg schwer. Das Stäbchen wurde mit Schellack diametral unter den Schlusscylinder gekittet, und an Coconfäden brachte man die beiden Cylinderchen in den zwei Anordnungen so an, dass sie einmal in der Entfernung 100 mm von der Drehaxe die Schwingungen mit ausführten, das andere mal in der Entfernung Null von derselben, miteinander festverknüpft. Die zugehörige Formel lautet:

$$K = \frac{At'^2 - A't^2}{t^2 - t'^2}.$$

A bedeutet das Trägheitsmoment des Stäbchens und der beiden Cylinder in der Entfernung 100 mm von der Drehaxe.

t die entsprechende Schwingungsdauer,

A' das Trägheitsmoment des Stäbchens und der beiden Cylinder in der Entfernung Null von der Drehaxe,

t' die zugehörige Schwingungsdauer.

Es ergab beispielsweise eine Bestimmung für die kleine Suspension mit sämmtlichen Messinggewichten ($K = 109{,}65$ $t = 12{,}417$ Sec., $t' = 7{,}583$ Sec.), während die Ausmessung

der Cylinder mit dem Maassstabe und die empirisch gefundenen Trägheitsmomente der kleinen Suspension ergaben: $K = 109{,}98$ kg mm². Die Controle des Trägheitsmomentes der kleinen Suspension und des Messingschlusscylinders lieferte Werthe wie 18,83, 18,89, 18,76, 19,17, 19,14, während die Ausmessung mit dem Maassstabe und die Bestimmung mit dem kleinen Magnete 18,91 ergaben.

Auf Vorschlag von Hrn. Prof. Kohlrausch versuchte ich eine weitere Controle der Trägheitsmomente mittelst bifilarer Suspension. Dieser Methode ist wohl vor der zuerst benutzten, namentlich für grosse Trägheitsmomente, der Vorzug einzuräumen. Es wurde folgende Einrichtung getroffen (s. Fig. 2 in $^1/_4$ natürlicher Grösse). An einem Durchzugsbalken, etwa 3,5 m über dem Boden, wurde eine Platte aus hartem Holz, an ihrem schmalen Umfange mit einer Rinnenführung versehen, festgeschraubt. In letztere legte man den Draht für die bifilare Aufhängung; dieser umfasste so den gekrümmten Theil des Plattenumfanges. An den Stellen, wo der Draht das Holz verlässt, sind Messingplättchen aufgenagelt und in diese Schlitze gemacht, worein der Draht sich senkt und dann scharf nach unten abbiegt. Den Ergänzungstheil unten für die bifilare Zusammenstellung bildet ein prismatischer Messingbalken, an seinen beiden Enden abgeschrägt; über diese gehen, in schiefen Rinnen, die beiden Drahtenden zu Schrauben, von denen sie festgeklemmt werden. In die Mitte des Balkens kann der Messingstift mit Spiegel für Beobachtung mit Fernrohr und Scala und den verschiedenen Gewichten eingeschraubt werden.

Die pendelartige Bewegung an einer solchen Bifilarsuspension, die zufolge ihrer Directionskraft mit einer Schwingungsdauer von t^{sec} entsteht, benutze ich zur absoluten Messung des Trägheitsmomentes der Schwingungsvorrichtung.

Der genaue Ausdruck für die Gesammtdirectionskraft einer Bifilarsuspension ist, wenn man gleiche Fadenlänge und gleiche Fadenspannung annimmt:

$$D = \frac{e_1 e_2}{4 l} g m + 2 \varepsilon;$$

e_1 und e_2 bedeuten den oberen und unteren Fadenabstand, l die Fadenlänge, m die Masse der gesammten Aufhängung, g die Fallbeschleunigung und ε die elastische Torsionskraft eines Fadens.

Das Trägheitsmoment der gesammten schwingenden Vorrichtung ist also mit der Directionskraft der Bifilarsuspension durch den Ausdruck verknüpft:

$$K = \frac{t^2}{4\pi^2}\left[\frac{1}{4}\frac{e_1 e_2}{l} g m + 2\varepsilon\right].$$

t bedeutet die Schwingungsdauer in Secunden.

Für die Controlversuche waren an dem Messingquerbalken aufgehangen der Messingstift mit Spiegel und Schlusscylinder und dazu einmal Zinkcylinder A, das zweite mal B, dann C und bei einem vierten Versuche alle drei Zinkcylinder. Die Versuche ergaben für das Trägheitsmoment $K_A = 1230{,}5$, $K_B = 1238{,}9$, $K_C = 1253{,}7$, $K_{A+B+C} = 3673{,}7\,\text{kgmm}^2$, während nach den früher gemachten Angaben, dazu das Trägheitsmoment des Messingquerbalkens = 22,7 genommen, welche Zahl auf empirischem Wege mittelst Schwingungen durch Belastung mit zwei etwa je 21 g schweren Messingcylindern gefunden worden war, die Trägheitsmomente $K_A = 1224{,}4$, $K_B = 1233{,}7$, $K_C = 1251{,}4$, $K_{A+B+C} = 3626{,}7\,\text{kgmm}^2$ waren.

Der Versuch beispielsweise für Bestimmung von K_C hatte die Werthe geliefert: $m = 1{,}0649$ kg, $e_1 = 99{,}8$, $e_2 = 100{,}0$ mm, $l = 2877{,}0$ mm, $g = 9810$, $t = 1{,}17$ sec.; t bestimmt nach der Methode der Coincidenzen. Die als Correctionsgrösse im Ausdrucke des Trägheitsmomentes auftretende elastische Torsionskraft des Fadens ε berechnet sich, wenn der Torsionsmodul T bereits bekannt ist, aus $\varepsilon = (T\pi r^4/2l)\,g$ oder aus $\varepsilon = \pi^2 k/t^2$, d. h. man lässt ein gleich langes Drahtstück derselben Sorte unter Spannung eines Gewichtes von bekanntem Trägheitsmomente k Schwingungen mit der Dauer t sec. ausführen. Für den benutzten weichen Eisendraht $d = 0{,}27$ mm war $\varepsilon = 16$.

Eine Bestimmung an einem feinen Eisendrahte $d = 0{,}09$ mm dessen ε zu 0,21 berechnet wurde, liefert als Trägheitsmoment des Messingbalkens mit dem Stifte, Spiegel und Schluss-

cylinder 40,30 kg mm² während nach den früheren Angaben, das Trägheitsmoment = 41,42 kg mm² sein soll.

Die bei den Torsionsversuchen am häufigsten gebrauchten Anordnungen der Trägheitsmomente werden in folgender Tabelle zusammengestellt. Die Werthe anderer Combinationen der Trägheitsmomente, wenn solche gebraucht wurden, können daraus leicht entnommen werden.

In dieser Tabelle haben also K und $\varkappa$ die p. 11 angegebene Bedeutung; für die Zinkcylinder ferner wurde das mittelst bifilarer Suspension bestimmte Trägheitsmoment und für die Messingcylinder das aus der Ausmessung mit dem Maassstabe und der Wägung berechnete eingeführt.

Tab. II. Uebersicht der Schwingungskörper.

Schwingungskörper	Trägheitsmoment	Gewicht	Schwingungskörper	Trägheitsmoment	Gewicht
	kg mm²	kg		kg mm²	kg
$\varkappa$	18,91	0,0856	K	20,07	0,1120
$\varkappa + A$	1208,0	1,0284	$K + A$	1209,2	1,0548
„ $+ B$	2405,5	1,9783	„ $+ B$	2406,7	2,0047
„ $+ C$	3617,8	2,9402	„ $+ C$	3619,0	2,9667
$\varkappa + \alpha$	37,22	0,1438	$K + \alpha$	38,38	0,1702
„ $+ \beta$	55,38	0,2015	„ $+ \beta$	56,54	0,2279
„ $+ \gamma$	73,51	0,2591	„ $+ \gamma$	74,67	0,2855
„ $+ \delta$	91,73	0,3169	„ $+ \delta$	92,89	0,3433
„ $+ \varepsilon$	109,98	0,3748	„ $+ \varepsilon$	111,14	0,4013

3) Material, Querschnittsbestimmungen, specifisches Gewicht der Drähte und endgültige Formeln für den Torsionsmodul.

Material. Die Eisen- und Messingdrähte, die bei den Versuchen verwendet wurden, hat Leonh. Hüttlinger's Fabrik in Schwabach bei Nürnberg mit besonderer Sorgfalt dargestellt.

Eine Reihe von sieben harten Eisendrähten war aus schwedischem Stabeisen. Die Drähte waren aus einem dickeren Drahte $d = 0{,}55$ mm hart gezogen worden, ohne dass also zwischen dem Gebrauche zweier aufeinander folgender Ziehlöcher geglüht worden wäre. Die Durchmesser betragen 0,29 bis herab zu 0,09 mm.

Eine weitere Sendung von harten Eisendrähten umfasste Nummern von $d = 1{,}23$ bis $d = 0{,}20$ mm; sie waren von einem Drahte $d = 1{,}75$ ab hart gezogen worden bis zu $d = 0{,}50$; das Material war wiederum schwedisches Stabeisen. Die drei feineren Drähte dieser Reihe $d = 0{,}39$, 0,27, 0,20 mm waren aus steyrischem Holzkohleneisen, von einer Drahtnummer $d = 0{,}47$ ab hart gezogen.

Letzteres Material lässt sich nicht feiner ausziehen als bis zu $d = 0{,}20$ mm, da der Draht zu spröde wird. Für die letzten drei Querschnitte hielt aber die Fabrik dieses Material als das geeignetste.

Jeder Nummer der letzten Reihe von harten Eisendrähten entspricht eine Nummer in den ausgeglühten Eisendrähten, d. h. ein Theil des Zuges wurde für jede Nummer ausgeglüht.

Das vorzüglichste Material bieten die Messingdrähte hart und weich. Die harten Drähte wurden von einer Nummer „weich $d = 1{,}25$ mm“ ab hart gezogen von $d = 1{,}00$ bis zu 0,10; jeder Nummer entspricht ein geglühter Draht. Dabei ist freilich zu bedenken, dass die feineren Nummern nicht mehr im Zieheisen, sondern in Rubinen und Diamanten gezogen werden, und die Geschicklichkeit des betr. Arbeiters, der sich die Löcher selbst aufschneidet, besonders in Betracht kommt. Nach einer Analyse meines Freundes Professor Kittler in Darmstadt enthält der Messingdraht weder Eisen noch Blei und ist seine Zusammensetzung:

Kupfer = 73,55 Proc.,
Zink = 26,37 Proc.

Die Kupfer- und Silberdrähte wurden mit Hülfe zweier Zieheisen gezogen, die ersteren von einem gewöhnlichen Leitungskupferdraht $d = 0{,}63$ mm ab in den Nummern: $d = 0{,}50$, 0,40, 0,33, 0,27 bis zu 0,17 der Weite der feinsten Oeffnung im Zieheisen. Nach jedem Gebrauche eines Ziehloches glühte ich das Stück, welches feiner ausgezogen werden sollte, jedoch nicht mehr zwischen 0,27 und 0,17. Die Silberdrähte sind ebenso dargestellt, und zwar einmal aus Silber, das aus AgCl reducirt worden war, die Drähte $d = 0{,}35$, 0,32, 0,18, dann aus käuflichem, reinem Silber $d = 0{,}32$, 0,31 und 0,17.

Sämmtliche Kupfer- und Silberdrähte sind also als harte anzusehen.

Querschnittsbestimmungen. Die Durchmesser aller meiner Drähte versuchte ich mit dem Mikroskope zu messen. Allein das Ungenügende dieser Bestimmungen für den Vergleich der Torsionsmoduln verschieden dicker Drähte untereinander zeigte sich alsbald. Die Unsicherheit in der Querschnittsbestimmung bei den feinen Drähten, beispielsweise ein Fehler von 0,003 mm im Durchmesser, verursacht schon bedeutende Differenzen im Endresultate. Dazu kommt die Abweichung der Querschnitte von der Kreisgestalt an manchen Stellen des Drahtes. Deshalb bestimmte ich ausserdem die Querschnitte durch Wägung einer gemessenen Länge der Drähte und den zugehörigen spec. Gewichten und führte die Masse m der Länge Eins in den Ausdruck für den Torsionsmodul ein. Die nach den beiden Verfahren erhaltenen Torsionsmoduln werden später einzeln angegeben werden.

Specifisches Gewicht. Um für das Versuchsmaterial möglichst absolut richtige Werthe der Torsionsmoduln zu erhalten, war eine eingehende Untersuchung über spec. Gewicht geboten. Zuerst suchte ich dieses für die sieben Schwedisch-Stabeisen-Drähte $d = 0{,}29$ bis $0{,}09$ zu bestimmen. Trotzdem die Wägungen in der Luft und im Wasser an einer Wage ausgeführt wurden, die auf 0,06 mg genau zu wägen gestattete, das Glasgefäss, 1,9 g schwer, in dem die Drähte unter Wasser gebracht wurden, nur an einem Coconfaden hing, das Wasser selbst ausgekocht und unter der Luftpumpe ausgepumpt wurde, war die Unsicherheit im spec. Gewichte für die zwei feinsten Drähte infolge der Beobachtungsfehler, Capillarkräfte etc., 6 Proc. Später gebrauchte ich das Pyknometer. Die Wägungen sind wegen Ausdehnung des Glases mit der Temperatur und des Gewichtsverlustes corrigirt. Eine Genauigkeit bis zu 0,2 Proc. konnte damit bald erreicht werden. Diese Versuche, die ich nur in beschränkter Anzahl anstellen konnte, sollten besonders die Dichteverhältnisse von harten und ausgeglühten Drähten zueinander klarlegen.

Die daraus gewonnenen Zahlen hatte ich als Mittelwerthe bei den Ausrechnungen der Torsionsmoduln zu Grunde gelegt. Da über das spec. Gewicht so feiner Drähte meines Wissens nichts bekannt ist, so habe ich in letzter Zeit Bestimmungen des spec. Gewichts für Reihen von Drähten vorgenommen, deren Resultate ich hier, in Vereinigung mit den wenigen früher gefundenen gebe.

Tab. III. Specifische Gewichte. (Fig. 3.)

Eisen I Nr. 1 bis 5 schwedisches Stabeisen, hart gezogen; Nr. 6 bis 8 steyrisches Holzkohleneisen, hart gezogen von einer Nummer 0,47 mm ab. Eisen II schwedisches Stabeisen hart gezogen von einer Nummer 0,55 mm ab. Messing hart gezogen von einer Nummer 1,25 mm weich abwärts. Silber, käuflich rein und aus AgCl reducirt, Mittelwerth aus verschiedenen Drähten.

	$2r$	Spec. Gewicht					$2r$	Spec. Gewicht				
Eisen I	mm					Eisen II	mm					
hart	1,75	7,782	82	84	85	hart	0,30	7,741	47	43	37	
„	1,23	7,794	96	98		„	0,25	7,756	68	64		
		96	91	91		„	0,20	7,734	29	17	28	
geglüht	„	7,786	88	80	77	„	0,15	7,745	39	55		
hart	1,00	7,794	90	93	95	„	0,12	7,741				
		7,800	,794	,800	,790	„	0,11	7,780	85			
geglüht [1])	„	7,810	,812	,798		„	0,095	7,819	37	22		
„	„	7,801	,796	,798				7,823	14	31		
„ [2])	„	7,805	04	06		Messing						
„ [3])	„	7,793	93	96	,802	hart	1,00	8,551	55	57		
hart	0,72	7,805	09	04				8,562	51	61		
		7,804	06	08		geglüht	0,99	8,564	63	58	61	62
geglüht	„	7,795	90	84	89	hart	0,38	8,531	46	43	48	
hart	0,50	7,804	01	04	04	geglüht	„	8,553	65	67	53	
„	0,40	7,788	91	85	94	hart	0,10	8,514	11			
„	0,27	7,781	86	84		geglüht	„	8,577	69			
„	0,20	7,749	64	53	53	Kupfer						
						hart	0,63	8,876	62	68		
						Silber	versch.	10,436	32			

1) Geglüht in der Fabrik.
2) In der Esse unter Kohlensäure.
3) Hellroth durch electr. Strom.

Erwägt man, wie ein Draht, während er durch das Zugloch des Zieheisens geht, von zwei Kräften in seiner molecularen Structur angegriffen wird, von denen die eine, die Zugkraft, seine Dichtigkeit zu verringern, die andere dagegen durch seitliches Zusammenpressen dieselbe zu vergrössern strebt, und wie von vorn herein nicht festzustellen ist, welche von beiden vorwaltet, nachdem ja auch bei dem Ziehen bekanntlich die Spannung und die Ziehgeschwindigkeit mit der Dicke der Drähte variirt werden muss, so ist man vielleicht geneigt, auch messbare Unterschiede im spec. Gewichte verschieden dicker Drähte zu erwarten.

Der Process des Ziehens ändert die Dichte von Drähten in messbaren Grössen. Das specifische Gewicht nimmt zu oder ab, die im Augenblicke der Gestaltsänderung beweglichen Molecüle folgen dem Uebergewichte jeder der beiden beim Ziehen auf sie einwirkenden Kräfte. So nimmt das specifische Gewicht der dicken Schwedisch-Stabeisen-Drähte, die von Draht „hart $d = 1{,}75$ mm“ ab gezogen wurden, ohne ausgeglüht zu werden, mit abnehmendem Querschnitte zu und scheint bei $d = 0{,}72$ den grössten Werth erreicht zu haben. Für die Steyrisch-Holzkohleneisen-Drähte ergibt sich bei gleicher Darstellungsart eine Abnahme der Dichte. — Vielleicht ist damit auch der Begriff des Sprödewerdens für Eisendrähte definirt.

Die feinen Nummern der zweiten Serie, die unter den verschiedensten Spannungen und Geschwindigkeiten gezogen wurden, haben bald grösseres, bald kleineres specifisches Gewicht. Das der zwei feinsten Drähte ist grösser als das der übrigen. — Die Bestimmungen für die übrigen Drahtsorten konnten nicht in grösserer Zahl gemacht werden. Das spec. Gewicht des feinsten, harten Messingdrahtes ist wahrscheinlich zu klein gefunden, da dessen Untersuchung gegenüber anderen feinen Drähten, namentlich gegen den geglühten, feinsten Messingdraht, eine äusserst schwierige war; wegen seiner Elasticität nämlich war eine Geradestreckung nicht möglich und die Anwesenheit von Luftblasen bei der Wägung des Drahtes unter Wasser zu vermuthen.

Beim Kupfer musste ich das spec. Gewicht des Drahtes

$d = 0{,}63$ als auch für die übrigen Drahtstücken geltend annehmen, da ich für weitere Bestimmungen nicht genügende Quantitäten hatte; aus demselben Grunde musste das specifische Gewicht für die zwei Sorten von Silberdrähten zusammen bestimmt werden.

Aus den Resultaten für die geglühten Drähte könnte man folgern, dass durch Ausglühen von Eisen- und Messingdrähten ihre Molecüle sich inniger zusammendrängen. Ich wollte das spec. Gewicht sämmtlicher geglühter Eisendrähte untersuchen; indess, entkleidet man die Drähte der Oxydschicht, so erweist sich die Oberfläche continuirlich, vielleicht infolge nur theilweiser Oxydation, wellenförmig gekrümmt, und es ist nicht möglich, die Drähte so blank zu putzen wie harte. Dieses war am ehesten möglich bei dem Drahte $d = 1{,}00$; daher sind diese Resultate die zuverlässigsten, die für $d = 1{,}23$ und $d = 0.72$ mussten, wie vorauszusehen, sich zu klein ergeben. Beim Messing ist das Reinigen leicht zu bewerkstelligen. In Uebereinstimmung würde die Zunahme des spec. Gewichtes durch Glühen mit einer Bemerkung Wertheim's[1]) sein, dass Eisen in dicken Drähten durch Anlassen eine geringe Verdichtung erleidet.

Bei den Beobachtungen wurde verfahren, wie folgt: Die zu untersuchenden Drähte wurden jedesmal mit Smirgelpapier sorgfältig blank geputzt und mit Alkohol gereinigt, da sonst durchgehends die Resultate für das spec. Gewicht unrichtig, nämlich zu klein ausfallen mussten. Die Drähte unter Wasser (destillirtes Wasser, das für die Versuche gut ausgekocht worden war) wurden bei jeder Bestimmung unter die Luftpumpe gebracht; je grösser die Oberfläche des Drahtes im Pyknometer war, um so aufmerksamer musste ausgepumpt werden. Wurden mit Eisendrahtstücken einige Bestimmungen hintereinander gemacht, so war besonders zu beachten, dass sie nicht zu lange Zeit beanspruchten, da sonst die Drähte rosteten und die späteren Werthe des spec. Gewichtes zu klein gefunden wurden. — Durch Befolgung dieser Vorsichtsmaassregeln war es möglich, das spec. Gewicht für

1) Wertheim, Pogg. Ann. Ergbd. 2. p. 55. 1848.

dickere Drähte bis auf 0,1 %, das für dünne bis auf 0,2 % genau anzugeben.

Formeln für den Torsionsmodul.

Die nach dem gewöhnlich angegebenen Ausdrucke $T = 2\pi Kl/gt^2r^4$ berechneten Werthe des Torsionsmoduls sind zu klein wegen Nichtberücksichtigung der bei Spannungen wirklich auftretenden Längendilatationen und Quercontractionen der Drähte; für den Vergleich der Resultate bei verschiedenen Belastungen ist es also nöthig, den Modul auf die Belastung Null zu reduciren.

Wird ein Draht von der Länge l mm und Q qmm Querschnitt mit M kg belastet, so verlängert er sich um $\lambda = lM/EQ$, wo E den Elasticitätsmodul erster Art bedeutet. Die Verringerung des Halbmessers des Drahtes ist hierbei $\varrho = \mu r\lambda/l$; es soll nach der Elasticitätstheorie $0 < \mu < \frac{1}{2}$ sein. Ich nehme $\mu = \frac{1}{3}$ (vgl. p. 33). E setze ich bei den Ausrechnungen für: Eisen, hart und geglüht = 19000, Kupfer, hart = 12000, Messing, hart und weich = 9000 und Silber, hart = 6500 kg/qmm. Der auf die Belastung 0 kg reducirte Torsionsmodul ist demnach:

$$T = \frac{2\pi}{g}\frac{Kl}{t^2r^4}\left[1 + \tfrac{7}{3}\frac{\lambda}{l}\right].$$

Auf gleiche Temperatur 18° wurden die Beobachtungen für Eisen-, Messing- und Kupferdrähte nach den von F. Kohlrausch und F. E. Loomis gegebenen Formeln reducirt.[1]) Man wird leicht nachrechnen können, dass hiernach um 18° für Eisen und Messing $T_{18} = T[1 + 0{,}00049\,(\theta - 18)]$, für Kupfer $T_{18} = T[1 + 0{,}00058\,(\theta - 18)]$, wenn θ die Beobachtungstemperatur bezeichnet.

Bei den Silberdrähten bedeutet T den auf die Belastung Null reducirten Modul, beobachtet bei der angegebenen Temperatur.

1) F. Kohlrausch und F. E. Loomis, Pogg. Ann. **141.** p. 497. 1870.

In diese Formeln habe ich nun einmal den Querschnitt, bestimmt aus der Masse m der Längeneinheit und dem specifischen Gewichte, dann den Durchmesser, gemessen unter dem Mikroskope, eingeführt. — Die daraus berechneten Werthe der Torsionsmoduln bezeichne ich in den Tabellen mit T_m und T_r.

Torsionsmoduln.

In Tab. IV bis X sind die Beobachtungsdata und die nach den vorigen Formeln berechneten Torsionsmoduln enthalten.

Da wo eine zweite Länge l desselben Drahtes angegeben ist, bedeutet dieselbe die Länge nach der Beobachtung.

Zu Untersuchungen über Schwingungsdauer und Dämpfung blieb der Draht öfters längere Zeit hindurch belastet. Diese Zeiten stehen unter D. Das (mit 10^5 multiplicirte) log. Decrement λ ist das Mittel aus den Decrementen vor und nach den drei Beobachtungssätzen von Durchgängen.

Bei der Berechnung der Torsionsmoduln von weichen Drähten ging ich von der Annahme aus, dass diese so lange dem Elasticitätsgesetze gehorchen, als nach Aufhebung der Belastung keine Dehnungen zurückbleiben. Sind solche vorhanden, und sind sie klein, so habe ich aus den Verlängerungen die Quercontractionen berechnet (z. B. Messing $d = 0{,}182$ oder $d = 0{,}100$ Nr. 4). Uebersteigt die Verlängerung einige Millimeter, so erscheinen die Drähte unter dem Mikroskop rauh und an vielen Stellen eingeschnürt. Dass die Torsionsmoduln sich alsdann zu klein ergeben, wenn man sie auf dem angegebenen Wege berechnet, ist nicht zu verwundern.

Im allgemeinen sind die Resultate für die geglühten Messingdrähte zuverlässiger als für die geglühten Eisendrähte, da die letzteren sich nicht so wie die ersteren durch eine Zugkraft vor oder bei dem Versuche strecken liessen.

d = Beob. Durchmesser; m = Masse der Längeneinheit; s = spec. Gewicht; l = Länge; D = Dauer der Belastung in Stunden; t = Schwingungsdauer; T_m und T_r = Torsionsmoduln für 18° berechnet aus m und s oder aus d; λ = log. Decrement $\times 10^5$; α = Amplitude; Θ = Temperatur. Ueber die Belastungen siehe Tab. I und II.

Tab. IV. Eisen, hart. (Fig. 3.)

d = 1,231 bis 0,502 Schwedisch Stabeisen, hart gezogen von d=1,75 ab.
d = 0,405 bis 0,200 Steyrisch Holzkohleneisen, hart gezogen von d = 0,47 ab.

d	m	s	l	Belastung	D	t	T_m	T_r	λ	α	Θ
mm	mg/mm		mm			sec					
1,231	9,347	7,798	2331	$K+A+B+C$		2,235	7446	7553		0.6°	22°
1,009	6,224	7,800	2275	„		3,218	7912	7886		1,1	22
				„	16h	3,209	7950	7922	120	1,6	21
0,724	3,172	7,809	2315	$K+A+B$		5,101	8236	7996		1,4	25
				„ „ $+C$		6,228	8308	8066		2,8	25
				$K+A+B$		5,099	8241	8002		1,6	25
0,502	1,505	7,804	2319	$K+C$		7,687	8261	7831	140	1,7	25 [1]
Nr. 1				$K+A+C$		10,789	8246	7816	157	3,6	25
				$K+A+B+C$		13,152	8282	7852		2,7	22 [2]
0,502	—	—	498,0	$K+A$		3,563	8081	7661		1,7	21
Nr. 2				„ $+B$		4,997	8186	7760		2,0	21
				„ $+C$		6,111	8234	7808		3,1	21
0,405	0,9777	7,794	2323	$K+A$		11,990	7870	7492		2,8	22
Nr. 1				$K+\alpha$ bis ε		12,417	7895	7517		4,7	22
				„	2,5	12,404	7912	7532	117	5,2	22
				$K+A+B$		16,840	7952	7570	130	7,7	22
				„ „ $+C$		20,617	7983	7601	158	8,2	22
0,405	—	—	496,0	$K+A$		5,477	8054	7667		2,4	21
Nr. 2				„ $+B$		7,700	8118	7730		1,9	22
				„ $+C$		9,429	8151	7759		1,5	22
				„	111	9,401	8190	7796	108	4,9	20
0,269	0,4370	7,786	425,0	$K+\alpha$ bis ε		3,474	7869	7660		2,0	20
0,269	—	—	479,4	$K+\alpha$ bis δ		3,428	7608	7406		0,5	17
Nr. 2				„ „ $+\varepsilon$		3,745	7628	7426		2,0	17
				$K+A$		12,443	7527	7330		5,6	17
				„ $+B$		17,522	7573	7372	222	4,7	17
				„	17	17,458	7626	7423	142	6,1	17
0,200	0.2457	7,764	476,0	$K+\alpha$ bis ε		6,687	7489	7560	148	4,9	20
0,200	—	—	460,3	$K+A$		21,925	7348	7421	204	7,9	21
Nr. 2				„	17	21,903	7362	7435	190	8,9	20
0,200	—	—	474,2	$K+\alpha+\beta+\gamma$		5,430	7586	7662	150	2,8	18
Nr. 3				„ „ $+\delta$		6,061	7576	7652	164	3,6	18
			474,7	„ „ $+\varepsilon$		6,632	7585	7661		4,3	18
			475,0	$K+A$		22,108	7435	7509	212	8,2	18
				„ $+B$		31,247	7436	7509	300	10,9	18

Tab. V. Eisen, hart.

Schwedisches Stabeisen, hart gezogen. (Fig. 4.)

d	m	s	l	Belastung	D	t	T_m	T_r	λ	α	Θ
mm	mg/mm		mm			sec					
0,295	0,5268	7,747	491,5	$K+A$		10,522	7356	7311		8,8°	19°
				„ $+B$		14,801	7411	7366		9,8	19
			491,8	„ „ $+C$		18,136	7441	7396	218	11,6	19
			491,5	„	2,5 h	18,100	7468	7423	167	5,2	20 [3]
0,249	0,3762	7,768	294,7	$K+A$		10,885	8150	7998	158	2,0	24
				„ $+B$		15,339	8187	8034	154	2,5	24
				„ „ $+C$		18,827	8190	8038	148	6,7	24 [1]
0,200	0,2428	7,734	301,3	$K+\alpha$ bis ε		5,298	7683	7712		1,2	23
				$K+A$		17,634	7565	7593		2,4	23
				„	16	17,575	7611	7640	140	8,3	22
0,150	0,1348	7,755	353,8	$K+\alpha+\beta+\gamma$		8,309	8033	7766	148	1,8	22
				„ „ $+\delta+\varepsilon$		10,160	8003	7736	130	4,6	22
				$K+A$		33,921	7846	7585	300	11,8	22
				„	2	33,857	7888	7625		3,4	25 [3]
0,121	0,0885	7,741	305,0	$\varkappa+\alpha+\beta$		10,547	7380	7282	186	5,7	22 [1]
Nr. 1				„ „ $+\gamma$		12,166	7368	7270	205	7,6	22
				„ „ $+\delta$		13,587	7376	7278		2,5	22
				„ „ $+\varepsilon$		14,890	7369	7272	212	5,5	23
				„ „	16	14,862	7392	7295	156	4,7	22
0,122	0,0888	—	250,0	$\varkappa$		5,477	7588	7305	177	2,0	22
0,110	0,0706	7,785	157,3	$\varkappa$		5,472	7644	7435	222	1,9	21
				$+\alpha$		7,663	7679	7470	190	1,5	21
				„ „ $+\beta$		9,351	7676	7467	195	2,2	21 [2]
				„ „ $+\gamma$		10,782	7672	7462		1,7	21 [4]
				„ „ $+\delta$		12,046	7676	7467	215	3,9	21
				„ „ $+\varepsilon$		13,204	7666	7457		5,0	21 [5]
0,095	0,0519	7,830	131,2	$\varkappa$		6,701	7957	7055	132	5,5	20
				$+\alpha$		9,407	7957	7054	124	4,9	20
				„ „ $+\beta$		11,484	7951	7049	118	5,6	20
				„ „ $+\gamma$		13,246	7941	7040	115	3,9	20
				„ „ $+\delta$		14,797	7950	7048	117	8,0	20
				„ „ $+\varepsilon$		16,227	7933	7033	122	5,6	20

Anmerkungen zu den Tabellen IV bis X.

1) Schon einige Zeit vor der Beobachtung in Schwingungen.
2) Tags darauf beobachtet.
3) Der Draht vollführte während der Belastungszeit Schwingungen.
4) Nach dem Schwingungssatze $\lambda = 202$ für $\alpha = 1{,}4°$.
5) Nachher $\lambda = 220$ für $\alpha = 4{,}3°$.
6) Vor der Beobachtung etwa 1 h belastet.
7) Vorher $\lambda = 160$ für $\alpha = 6{,}5°$.
8) Vorher $\lambda = 81$ für $\alpha = 3{,}3°$.
9) Vorher $\lambda = 351$ für $\alpha = 4{,}6°$.

Tab. VI. Eisen, geglüht. (Fig. 3.)

Aus den Drähten der Tab. IV durch Glühen hergestellt. Das spec. Gewicht der ersten drei Drähte = 7,81, das der anderen = 7,80 gesetzt.

d	m	l	Belastung	D	t	T_m	T_r	λ	α	θ
mm	mg/mm	mm			sec					
1,012	6,194	2336	$K+A+B+C$		3,214	8243	7996		0,6[0]	22[0]
			„	2h	3,213	8251	8003		0,6	22
0,734	3,257	2332	„		6,067	8355	8111	76	5,3	21[6])
			„	17	6,062	8364	8122		1,7	20
			$K+B+C$		4,957	8399	8155		0,7	20
0,511	1,552	507,0	$K+A+B+C$		6,113	7883	7393		3,2	21
Nr. 1			„	2	6,125	7854	7365		3,8	21
0,511		2337	$K+A$		7,412	8257	7744		1,1	23
Nr. 2			$K+A+C$		10,434	8350	7831		3,7	24
			$K+A+B+C$		12,760	8350	7833		2,1	24
0,420	1,012	495,0	$K+A$		5,390	7736	6777	200	1,7	17
			„ $+B$		7,598	7757	6796	136	1,9	17
			„ „ $+C$		9,307	7780	6816	128	3,3	17
0,273	0,4519	497,3	$K+\alpha$ bis ε		3,546	8294	8058		1,2	20
Nr. 2	—	405,6	$K+A$		10,499	8407	8169		3,2	20
Nr. 3	—	322,7	„		9,433	8287	8051	100	3,3	20
Nr. 4	—	492,0	„		11,531	8448	8209	98	3,5	18
		492,3	„	63	11,535	8442	8203	98	4,8	17
Nr. 5	—	493,0	$K+\alpha$ bis ε		3,518	8341	8104		3,8	17[1])
			$K+A$		11,696	8224	7990	84	3,3	17
Nr. 6	—	2314	$K+\alpha$ bis δ		6,916	8477	8236		3,2	20
			„ $+\varepsilon$		7,564	8480	8239		2,0	20
			$K+A$		25,138	8366	8129		3,2	20
			$K+A$	2	25,130	8373	8135		1,9	20
0,200	0,2400	458,0	K		2,777	7963	7680		1,1	19
			$+\alpha$		3,836	7982	7699		0,8	19
			„ $+\beta$		4,653	7993	7709		0,9	19
		458,4	„ „ $+\gamma$		5,354	7982	7698		3,2	18[2])
			„ „ „ $+\delta$		5,975	7977	7693		3,1	18
			„ „ „ „ $+\varepsilon$		6,535	7982	7697		2,7	18
		458,8	$K+A$		21,758	7841	7560		2,9	18

10) Festigkeitsmodul $p = 56$ kg/qmm.
11) $p = 40$ kg/qmm.
12) Hier scheint der Draht sich schon verlängert zu haben.
13) λ vorher $= 273$ für $\alpha = 5{,}7^0$, nachher $= 153$ für $\alpha = 4{,}6^0$.
14) λ vorher $= 236$ für $\alpha = 4{,}3^0$, nachher $= 131$ für $\alpha = 3{,}3^0$.
15) Vor dieser Beobachtung war der Draht einige Zeit abgenommen.
16) λ vorher $= 203$ für $6{,}0^0$, nachher $= 172$ für $4{,}6^0$.
17) Wanderung des Nullpunktes der Scala.
18) λ vorher $= 292$ für $1{,}8^0$, nachher $= 242$ für $1{,}4^0$; $p = 35$ kg/qmm.
19) Zeitbestimmung etwas unsicher.

Tab. VII. Messing, hart.

(Fig. 3).

d	m	s	l	Belastung	D	t	T_m	T_v	λ	α	θ
mm	mg/mm		mm			sec					
1,001	6,797	8,562	2321	$K+A+B+C$		4,869	3561	3629		0,6°	22° [6]
0,751	3,833	(8,553)	2328	„		8,730	3494	3566		3,3	23
				„	65h	8,673	3536	3611	36	5,7	21
				$K+A+C$		7,129	3500	3575	45	4,4	21
0,508	1,756	(8,553)	498,0	$\varkappa+A$		5,137	3422	3518		1,5	18
Nr. 1				„ $+B$		7,196	3478	3575		2,7	17
				„ „ $+C$		8,790	3511	3608	97	8,4	18
Nr. 2	—	—	2354	$K+A$		11,191	3419	3513	118	2,8	20
				$K+A+B$		15,638	3489	3585	122	3,8	20
				$K+A+C$		15,653	3501	3598		8,8	18 [2]
				„ „ $+\alpha$ bis ε		15,933	3507	3604		8,9	19
				$K+B+C$		15,631	3524	3620		7,5	19
				$K+A+B+C$		19,110	3515	3612		7,1	19
				„	3	19,083	3527	3625		10,5	20 [3]
0,384	1,005	8,548	499,6	$\varkappa+A$		8,932	3462	3561		1,6	14
Nr. 1				„ $+B$		12,557	3497	3596		12,1	15
				„ „ $+C$		15,399	3504	3605		14,0	15
Nr. 2	—	—	2296	$K+\beta+\gamma+\varepsilon$		4,843	3349	3444		0,8	21
				„	2	4,836	3359	3455		0,7	22
				$K+\beta$ bis ε		5,376	3383	3479		3,1	22
				$K+\alpha$ bis ε		5,873	3395	3491		2,9	22
0,253	0,4397	(8,548)	498,8	$\varkappa+A$		20,477	3452	3614		4,7	18
				$\varkappa+\alpha$ bis ε		6,157	3464	3626	138	1,7	„
				$\varkappa+A+B$		28,997	3445	3607	208	8,3	„
0,179	0,2168	(8,548)	300,4	$\varkappa$		4,050	3407	3429		1,5	„
				$\varkappa+\alpha$		5,666	3428	3451	122	4,2	„
				„ $+\beta$		6,898	3443	3466	130	5,9	„
				„ „ $+\gamma$		7,946	3446	3469	113	6,4	„
				„ „ $+\delta$		8,877	3448	3471	120	5,0	„
				„ „ $+\varepsilon$		9,720	3450	3473	125	2,1	„
0,139	0,1356	(8,548)	250,0	$\varkappa$		5,751	3592	3883		2,8	15
				$\varkappa+\alpha$		8,054	3607	3899	122	10,6	„
				„ $+\beta$		9,836	3601	3894	126	6,9	„
				„ „ $+\gamma$		11,336	3603	3896	136	9,4	„
				„ „ $+\delta$		12,665	3606	3898	133	8,8	„
				„ „ $+\varepsilon$		13,879	3604	3896		5,6	„ [7]
				„	64	13,825	3632	3927	93	5,7	16
0,100	0,0697	(8,514)	155,3	$\varkappa$		8,944	3503	3791	187	5,6	18
				$\varkappa+\alpha$		12,570	3499	3785	190	2,4	„
				„ $+\beta$		15,364	3491	3777	204	2,3	„
				„ „ $+\gamma$		17,750	3478	3763	210	5,8	„
				„ „ $+\delta$		19,878	3467	3752	200	4,9	„
				„ „ $+\varepsilon$		21,839	3450	3734		3,1	„

Tab. VIII. Messing geglüht. (Fig. 3).

d	m	s	l	Belastung	D	t	T_m	T_r	λ	α	θ
mm	mg/mm		mm			sec					
0,988	6,632	8,564	2337	$K+A+C$		3,868	3997	4077		3,3°	22°
				$K+A+B+C$		4,726	4003	4083		3,0	„
				„	2,5h	4,722	4011	4090		1,2	„ [3]
0,741	3,705	(8,564)	2330	„		8,816	3678	3697		2,1	23
				„	89	8,784	3698	3717		3,2	19
0,507	1,757	(8,564)	479,0	$K+A$		4,970	3532	3649		1,0	20
Nr. 1			479,5	„ $+B$		7,000	3548	3665		3,2	20 [8]
			479,7	„ „ $+C$		8,591	3546	3664		2,3	21
Nr. 2	—	—	500,5	$\varkappa+A+B+C$		8,618	3676	3797		3,4	18
				„	65	8,598	3694	3815		2,6	18
0,386	1,0045	8,567	397,3	$\varkappa+A$		7,792	3647	3647		1,2	20
			400,0	„ $+B$		11,069	3647	3646		1,3	„ [1]
			425,0	„ „ $+C$		14,819	3539	3540		2,0	„
			426,0	„	64	15,072	3442	3441		3,0	„
0,256	0,4580	(8,567)	446,0	$\varkappa+\alpha$ bis ε		5,539	3545	3812		0,7	„
			457,0	$\varkappa+A$		19,312	3605	3874		4,1	„ [9]
			454,5	$\varkappa+A+B$		36,778	3212	3454		10,2	„ [10]
0,182	0,2237	(8,567)	291,0	$\varkappa$		3,760	3615	3665		2,0	19 [11]
				$\varkappa+\alpha$		5,268	3627	3677		1,9	„
				„ $+\beta$		6,428	3626	3677		2,9	„
				„ „ $+\gamma$		7,412	3622	3672		3,4	„ [2]
				„ „ $+\delta$		8,286	3619	3669		2,1	„
			292,5	„ „ $+\varepsilon$		9,161	3593	3643		3,0	20
0,137	0,1289	(8,577)	300,0	$\varkappa$		6,814	3422	3552		2,2	18
				$\varkappa+\alpha$		9,554	3430	3559		2,4	„
				„ $+\beta$		11,662	3429	3558		4,6	„
				„ „ $+\gamma$		13,461	3419	3549	119	4,3	„ [12]
				„ „ $+\delta$		15,066	3410	3539		5,9	„
			303,4	„ „ $+\varepsilon$		16,573	3475	3607	213	5,1	„ [13]
			304,0	„	18	16,751	3422	3551	050	3,3	„
0,1005	0,0683	8,577	99,0	$\varkappa$		7,409	3407	3433		4,1	„ [11]
Nr. 1				$\varkappa+\alpha$		10,426	3392	3419		1,4	„ [12]
			103,0	„ $+\beta$		13,730	3263	3288	183	3,8	„ [14]
Nr. 2	—	—	150,0	$\varkappa$		9,095	3426	3453	147	3,9	„
Nr. 3	—	—	150,0	$\varkappa$		9,020	3483	3510		1,4	„
				$\varkappa+\alpha$		12,779	3423	3449	162	4,3	„ [12]
			160,6	„ $+\beta$		17,556	3296	3322	125	6,8	„
Nr. 4	—	—	251,0	$\varkappa$		11,791	3413	3439	130	5,2	„ [11]
			253,0	$\varkappa+\alpha$		16,685	3425	3452	175	9,6	19
			264,6	„ $+\beta$		22,253	3278	3303		4,6	„ [15]
			287,0	„ „ $+\gamma$		29,316	3199	3224		6,6	„

20) λ vorher = 448 für 0,8°; p = 30 kg/qmm.
21) λ vorher = 645 für 3,9°, nachher = 559 für 2,0°.
22) „ „ 1051 „ 3,6, „ 731 „ 1,3°.
23) „ „ 1011 „ 2,0, „ 865 „ 0,8°. Zwischenzeit nur 5 Min.

Tab. IX. Kupfer, hart.

Spec. Gew. = 8,868. Gezogen aus gewöhnlichem Leitungskupfer.

d	m	l	Belastung	D	t	T_m	T_r	λ	α	θ
mm	mg/mm	mm			sec					
0,506	1,800	544,0	$x+A+B+C$		8,150	4553	4658			16°
			$x+A+B$		6,656	4535	4639			„
			$x+A$		4,723	4519	4622			„
			$x+A+B+C$	70h	8,106	4603	4708			„
0,509	1,800	351,5	$K+A$		3,809	4515	4504		0,5°	23
			„ $+B$		5,362	4538	4528		1,8	„
			„ „ $+C$		6,573	4546	4536	146	3,5	„
			„	95	6,543	4584	4574	081	4,6	22
0,404	1,170	419,5	$K+A$		6,453	4439	4681		1,6	21
			„ $+B$		9,082	4469	4711	137	2,3	„
		419,7	„ „ $+C$		11,140	4473	4716	188	5,3	„ [16]
			„	41	11,098	4501	4746	101	6,1	19 [1]
0,327	0,7655	412,7	$K+A$		9,826	4398	4637	163	6,0	„
			„ $+B$		13,868	4406	4644	231	6,0	„
		413,0	„ „ $+C$		17,052	4392	4630		2,1	20 [17]
			„	3	17,018	4412	4650	166	1,9	„ [3]
0,272	0,5099	411,5	$K+\alpha$ bis δ		4,027	4523	4457		1,0	23
			„ $+\varepsilon$		4,403	4529	4462		0,6	„
			$K+A$		14,672	4449	4382	217	4,7	„
			„	2	14,654	4460	4394	163	7,7	„
0,270	0,5075	296,0	$K+A$		12,589	4378	4367	267	1,6	20 [18]
			„ $+B$		17,832	4358	4347		3,3	„ [12]
0,178	0,2238	380,0	$x+\alpha+\beta$		6,891	4410	4501	197	2,1	„
			„ „ $+\gamma$		7,941	4411	4501	225	3,5	„
			„ „ $+\delta$		8,866	4418	4507	219	3,5	„
			„ „ $+\varepsilon$		9,712	4416	4506	221	4,4	„
			„	17	9,686	4433	4524	154	6,1	18 [3]

Tab. X. Silber, hart.

Spec. Gew. = 10,434. Die drei ersten käufliches reines Silber, die späteren aus AgCl reducirt.

d	m	l	Belastung	D	t	T_m	T_r	λ	α	Θ
mm	mg/mm	mm			sec					
0,319	0,8209	496,0	$K+\alpha+\beta+\gamma$		3,718	2739	2661		0,9°	18°
			„ „ $+\delta+\varepsilon$		4,520	2760	2681		0,6	19 [19]
			$K+A$		15,176	2672	2595	600	3,6	„
			„	39h	15,145	2688	2611	272	6,1	„
0,310	0,8170	398,4	$K+\alpha$ bis ε		4,086	2740	2950	288	1,9	22 [1]
			$K+A$		13,656	2678	2883	446	4,2	„
0,174	0,2473	432,0	$x+\alpha$		8,373	2585	2552		1,1	19
			„ $+\beta$		10,213	2588	2554		3,2	„
			„ „ $+\gamma$		11,772	2588	2554		3,8	„
			„ „ $+\delta$		13,162	2585	2552		4,5	„
			„ „ $+\varepsilon$		14,430	2582	2549		3,5	„
			„	66	14,352	2611	2578	330	3,3	21

(Fortsetzung von Tab. X.)

d	m	l	Belastung	D	t	T_m	T_r	λ	α	Θ
mm	mg/mm	mm			sec					
0,352	1,0343	401,0	$K+\alpha$ bis ε		3,284	2663	2770		0,5°	18 [20])
			$K+A$		10,953	2610	2716	602	2,9	„
			„ $+B$		15,520	2598	2703	891	2,5	„
0,322	0,8484	440,8	$K+A$		14,107	2573	2574		4,6	23 [17])
			„ $+B$		20,062	2545	2546		2,1	„
0,181	0,2645	213,6	$\varkappa+\alpha+\beta$		6,672	2622	2567	938	1,4	22 [23])
			„ „ $+\gamma$		7,699	2615	2561	1005	2,2	„
			„ „ $+\delta$		8,607	2614	2560	1050	3,8	„
			„ „ $+\varepsilon$		9,437	2608	2555	1071	3,5	„

Discussion der Beobachtungen.

Torsionsmoduln. Die Unterschiede der einzelnen Resultate rühren natürlich theilweise von Beobachtungsfehlern und dabei in erster Linie von den Durchmessern her. Die Drähte erlauben mit dem Mikroskope keine über 0,003 mm hinausgehende Sicherheit der Dickenbestimmung, und insbesondere bei den feinen Drähten gehen hieraus Fehler hervor, welche bis auf 10 Proc. steigen könnten. So gibt auch die Oxydschicht der geglühten Drähte, welche nicht entfernt wurde, im Mikroskop einen zu grossen Querschnitt, also ein zu kleines T_r. Umgekehrt mag bei den Messingdrähten deren Glanz erklären, dass ihre T_r grösser als die T_m ausfallen. Deswegen soll auf die Spalte T_r kein Gewicht gelegt werden.

Aber auch unter T_m zeigen sich beträchtliche Unterschiede für dasselbe Material, die hier unmöglich aus Beobachtungsfehlern hervorgehen können, da sie die Unsicherheiten der Querschnittsbestimmung durch Wägung weit übersteigen, welche letztere von 0,5 Proc. für die dicksten bis zu 4 Proc. für die feinsten Drähte gehen können. Einzelne grössere Abweichungen sind wohl auf eine Inconstanz des Querschnittes zurückzuführen. Um die Uebersicht zu erleichtern, sind die gewonnenen T_m nach der Masse der Längeneinheit als Abscisse graphisch dargestellt, bezogen auf möglichst ein und dasselbe Trägheitsmoment (sämmtlicher Zink- oder Messingcylinder). Darunter finden sich für Eisen und Messing die spec. Gewichte eingezeichnet. (Fig. 3 und 4).

Allerdings zeigt z. B. die erste Curve für die Reihe I der Eisendrähte einen regelmässigen Verlauf, indem mit zunehmendem Querschnitt die Torsionsmoduln erst wachsen und dann abnehmen. Das Wachsen findet statt bei dem schwedischen Stabeisen, das Abnehmen bei dem steyrischen Holzkohleneisen. Aber die übrigen Curven lassen solche Regelmässigkeiten vermissen.

Einiges Gewicht ist vielleicht auf den Umstand zu legen, dass in Curve 1 und 2 das spec. Gewicht einen ähnlichen Gang verfolgt wie die Elasticität, sodass die letztere durch eine Verdichtung erhöht zu werden scheint.

Jedenfalls darf man Folgendes schliessen:

1) Durch das Ziehen werden die Drähte in ihrer Dichte und noch mehr in ihrer Elasticität geändert. Eine bessere Uebereinstimmung ist auf dem eingeschlagenen Wege nicht zu erreichen. Das Coulomb'sche Gesetz ist ein ideal richtiges, aber von einer praktischen Giltigkeit und von einem Nachweise innerhalb der Beobachtungsfehler kann nicht die Rede sein.

2) Auch die Spannung scheint nach den Ergebnissen der feinsten Eisen- und Messingdrähte nicht ganz ohne Einfluss zu sein.

3) Die geglühten Drähte scheinen eine grössere Dichte und Torsionselasticität zu besitzen als die ungeglühten, (während ihre Tragkraft bedeutend kleiner ist).

4) Es folgt ferner, dass die Verschiedenheit des Materials selbst in einem und demselben Drahtstücke Schwankungen des Torsionsmoduls veranlasst. Schon Coulomb sagt übrigens p. 261 der citirten Abhandlung:

„Die Untersuchung zeigt viele Unregelmässigkeiten in den Resultaten: zwei Spulen desselben Drahtes und derselben Nummer geben nicht immer dieselbe Kraft bei gleichem Torsionswinkel, was nur der Herstellungsart der Drähte zugeschrieben werden kann, dem grösseren oder geringeren Drucke, den sie erleiden, wenn sie das Loch des Zieheisens passiren, dem Ausglühen, das man ihnen gibt, um allmählich den Durchmesser von Nummer zu Nummer zu bringen."

5) Als Mittelwerth des Torsionsmoduls würde nach den Tabellen zu setzen sein:

	$\frac{kg}{qmm}$		$\frac{kg}{qmm}$
Eisen, weich . .	8100	Messing, weich . .	3600
Eisen, hart . .	7800—7900	Messing, hart . .	3500
Kupfer, hart . .	4450	Silber, hart . . .	2650

Aenderung der Schwingungsdauer und logarithmisches Decrement.

Von den Angaben der Tabellen habe ich noch kurz diejenigen über die Aenderung der Schwingungsdauer oder Directionskraft eines Drahtes bei längerer Belastung und das logarithmische Decrement zu besprechen.

„Die Schwingungsdauer der harten und weichen Drähte nimmt im allgemeinen mit wachsender Zeit für die Dauer der Belastung ab, ob nun der Draht in der Zwischenzeit Schwingungen vollführte oder nur belastet blieb und zu der zweiten Beobachtung wiederum tordirt wurde."

Die Belege für diesen Satz finden sich in den Tabellen. Nur in ein paar Fällen ist nicht zu entscheiden, ob nicht die Aenderungen eine Folge der Temperaturdifferenz bei den Beobachtungen sind.

Warburg[1]) fand an einem ausgeglühten Kupferdrahte, dass die Schwingungsdauer abhängig ist von der seit einer Spannungsänderung verflossenen Zeit, und zwar mit wachsender Zeit abnehmend, ob die Spannungsänderung in einer Zunahme oder Abnahme der Spannung bestand.

In der Abhandlung von F. Kohlrausch und F. E. Loomis[2]) heisst es, dass die Schwingungsdauer bei derselben Temperatur von einem auf den anderen Tag kleinen Aenderungen unterworfen zu sein scheint.

Der oben ausgesprochene Satz gilt aber für weiche Eisen- und Messingdrähte nur bis zu bestimmten Belastungen. Von einer gewissen Grösse der Belastung an nimmt bei den weichen Drähten die Schwingungsdauer nach längerer Belastungszeit zu, die Torsionskraft also ab, auch ohne dass nach

1) Warburg, Abhandl. der naturf. Gesellsch. Freiburg i. B., 1879. p. 451.

2) F. Kohlrausch u. F. E. Loomis, Pogg. Ann. **141.** p. 497. 1870.

dem Versuche bleibende Dimensionsänderungen des Drahtes zu verzeichnen sind. Diese Zunahme in t erfolgt schon bei Belastungen, die nicht die Hälfte der wahrscheinlichen Maximalbelastung erreichen; in wie weit hier die Elasticitätsgrenze in Betracht kommt, ist aus den wenigen Versuchen für weiche Drähte nicht zu ersehen.

Eine Elasticitätsänderung anderer Art zeigt F. Kohlrausch[1]): Die Schwingungsdauer eines ausgeglühten Eisendrahtes konnte dadurch, dass das Gewicht in sehr stark drehende Bewegungen versetzt worden war, von 6,256 auf 6,411 Sec. gebracht werden. Aus den in den Tabellen angegebenen Amplituden ist zu ersehen, dass solche gewaltsame Einflüsse auf meine Drähte nicht ausgeübt wurden.

Dämpfung. In den Tabellen bedeutet λ das arithmetische Mittel aus den mit 10^5 multiplicirten Werthen der logarithmischen Decremente zweier aufeinander folgender Schwingungsbogen vor und nach den Durchgangsbeobachtungen gerechnet in Brigg'schen Logarithmen.

Die Zahl der aufgeführten Werthe λ ist eine geringe, da bei kleinen Amplituden kein regelmässiges Decrement zu Stande kam, und oftmals die Wanderung des Nullpunktes auf der Scala eine bedeutende war, ausserdem aber nur die zuverlässigen Werthe eingetragen sind. Die Decremente sind bis auf etwa eine Einheit der vierten Decimalstelle genau. Die zum Vergleiche der Werthe λ untereinander nöthigen Daten sind in den Tafeln enthalten. In den meisten Fällen erklären die von Streintz[2]) gegebenen Sätze die Aenderungen der logarith. Decremente.

Bei grösseren Amplituden mit steigender Belastung scheint die Dämpfung zuzunehmen. Die Decremente für die geglühten Eisendrähte sind zu wenige, um gegenüber den für die harten Drähte gefundenen in Betracht kommen zu können.

1) F. Kohlrausch, Ueber die elastische Nachwirkung bei der Torsion, Inaug.-Dissert., Göttingen 1863 p. 40.

2) Streintz, Wien. Ber. (2) **69.** p. 337. 1874. Wien. Ber. (2) **80.** p. 190. 1879.

Elasticitätsmodul aus Längenausdehnungen und Cohäsion der Metalldrähte.

Die Bestimmungen des Elasticitätsmoduls aus Längenausdehnungen wurden versucht, um wo möglich Verschiedenheiten im elastischen Verhalten verschieden dicker Drähte für beide Arten der Elasticität zu constatiren und damit den Werth der Zahl μ, des Verhältnisses der Quercontraction zur Längendilatation bei der Spannung eines Drahtes aufzufinden. Da Beobachtungsreihen für so feine Drähte wohl nicht zahlreich vorliegen, gebe ich die Resultate.

Um Torsionsschwingungen der feinen Drähte zu vermeiden, tauchte eine in die Schale eingeschraubte Blechfahne in ein Wasserbad. Die Messungen geschahen am Kathetometer mit Mikroskop, das bis auf 0,02 mm abzulesen gestattete. Die in Betracht kommende Länge des zu untersuchenden Drahtes betrug ein Meter. Vor den Versuchen wurden die Drähte längere Zeit belastet. Die beiden Marken zur Ablesung wurden an den Drähten entweder durch zarte Striche von weisser und rother Oelfarbe aufgetragen, auf deren Berührungslinie das Fadenkreuz eingestellt wurde, oder es war auf den Eisendrähten Kupfer niedergeschlagen und in dieses die Marke eingeritzt worden.

Durch die Beobachtungsfehler ist natürlich hier eine bedeutende Unsicherheit der Resultate bedingt; für den Eisendraht verursacht ein Fehler von 0,03 mm in der Verlängerung eine Unsicherheit im Elasticitätsmodul bis zu 9 Proc. Dazu kommt die elastische Nachwirkung, die besonders beim Messing störend auftritt. Wertheim hat bekanntlich diese nicht berücksichtigt.

Die Zahlenwerthe der Versuche, die wenigstens eben so genau wie die der Wertheim'schen Originalversuche sein dürften, werden in folgender Tafel aufgeführt. Der Elasticitätsmodul E wurde in gewöhnlicher Weise berechnet. Der Querschnitt wurde bestimmt aus der Masse der Längeneinheit und dem specifischen Gewichte. Die theoretische Relation zwischen dem Elasticitätsmodul E, der Ausdehnung

und dem Modul T der Torsionselasticität, aus der die Zahl μ berechnet werden kann, lautet ferner: $T = \frac{1}{2} E (1 + \mu)$.

Tab. XI. Elasticitätsmoduln der Ausdehnung für 20°.

Durchmesser	ε	T	μ	Durchmesser	ε	T	μ
Eisen, 1. Reihe				Eisen, 2. Reihe			
1,23 mm	19800	7420	0,33	0,30 mm	19400	7400	0,31
1,01 „	19400	7880	0,23	0,25 „	21500	8160	0,32
0,72 „	20800	8280	0,25	0,11 „	21900	7680	0,42
0,50 „	20400	8220	0,23	0,09 „	21000	7960	0,32
0,20 „	20100	7540	0,33	Messing			
Eisen, 2. Reihe				1,00 mm	9540	3550	0,34
0,30 mm				0,75 „	9720	3480	0,39
0,25 „				0,10 „	10540	3500	0,50

Die Resultate sind zu variabel, um bestimmte Schlüsse aus ihnen zu ziehen. Die Verhältnisszahl μ liegt zwischen $\frac{1}{4}$ und $\frac{1}{2}$; ich hatte sie für die Reductionen der Torsionsmoduln auf die Belastung 0 kg $= \frac{1}{3}$ angenommen.

Schliesslich sei noch einiges über die Cohäsion der gebrauchten Metalldrähte angeführt. Die Versuche, welche ich gelegentlich über die Festigkeit der Drähte an der für die Längenausdehnungen getroffenen Vorrichtung durch allmähliches Auflegen von Gewichten anstellte, wurden veranlasst durch das Verhalten der zwei feinsten Eisendrähte; beide erwiesen sich beim Verbiegen und Dehnen widerstandsfähiger als andere feine Drähte. Ihre Tragfähigkeit ergab das $1\frac{1}{2}$-fache der anderen Nummern, und ich glaubte, daraus entnehmen zu können, dass diese zwei Drähte durch den Process des Hartziehens zu guten Stahldrähten geworden waren.

Die Versuche mit ausgeglühten Drähten ergaben ungefähr halb so grosse Werthe ρ wie die für gleich dicke, harte Drähte. Nach den bedeutenden Verlängerungen, die hier bei zunehmender Spannung auftraten, erwiesen sich aber die Drähte unter dem Mikroskope rauh und an vielen Stellen gekerbt, sodass alsdann weitere Querschnittsbestimmungen nicht mehr vorzunehmen waren. (Ueber Versuche mit ausgeglühten Drähten siehe Bottomley.[1]))

1) Bottomley, Proc. Roy. Soc. **29**. p. 221. 1879.

In der Tabelle sind die für harte Drähte gewonnenen Zahlen aufgeführt. Diese, wie auch die von Coulomb[1]) angegebenen Werthe für die Tragfähigkeit seiner Drähte, bestätigen, dass die Zerreissungsfestigkeit eines Drahtes, auf gleiche Querschnittsfläche reducirt, desto grösser sich herausstellt, je feiner derselbe ausgezogen wurde[2]), und wie misslich ferner die Schätzung der Tragkraft eines Drahtes nach den vorhandenen Versuchen über Festigkeit von Drähten stets sein wird.

Tab. XII. Tragfestigkeit.

Hart	d	p	Hart	d	p
	mm	kg.qmm		mm	kg/qmm
Schwed. Stabeisen	0,72	64	Messing . . .	0,75	76
1. Reihe	0,50	83		0,25	98
Steyr. Holzkohleneisen	0,40	86		0,18	93
	0,27	88		0,10	98
	0,20	94	Kupfer	0,27	35
Schwed. Stabeisen	0,30	96			
2. Reihe	0,25	94	Silber	0,35	30
	0,20	94			
	0,15	98			
	0,12	94			
	0,11	137			
	0,10	123			

Würzburg, Physikal. Inst., Juli 1882.

1) Coulomb, Mém. de l'Acad. d. Sc. 1784. p. 237. u. 239.
2) Vgl. Karmarsch, Pol. C.-Bl. 1859. p. 1272.

Fig. 3.

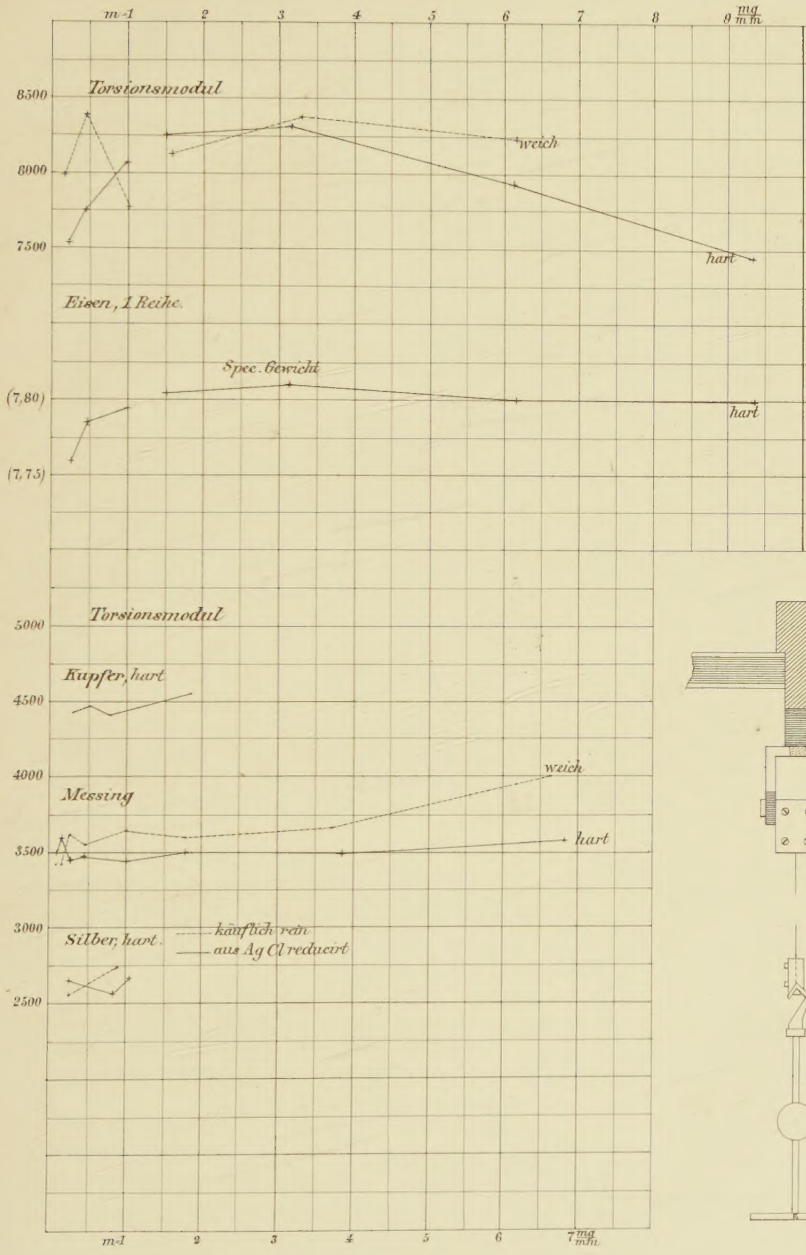


Fig. 4.

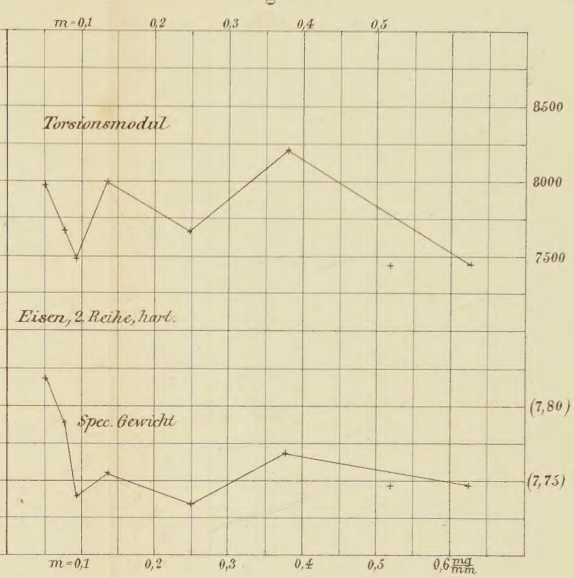


Fig. 1.

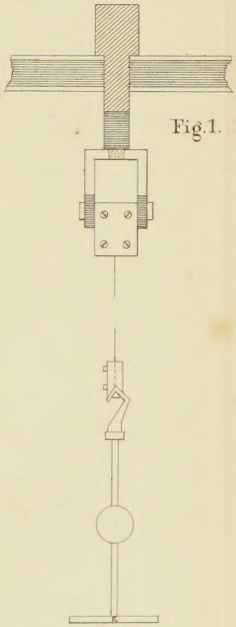
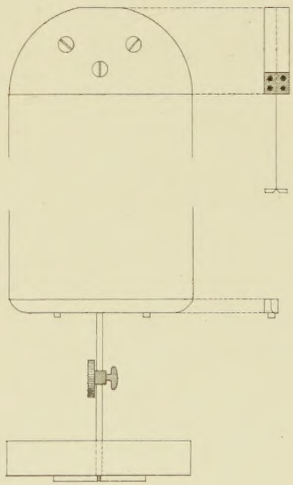


Fig. 2.



1/4